

Az ELTE Bolyai Kollégiumának Levelezős Csapatversenye, 1. forduló

beküldési határidő: 2017. február 20.

A mesék mindig is gyerekkorunk részét képezték. Azonban, ahogy egyre öregebbek leszünk, egyre kevésbé életszerűek a régi történetek a sok véletlennel és mágiával. Most kiköszörüljük a csorbát, és különböző tudományterületek segítségével régi mesék új oldalait tárjuk fel.

A megoldásokat a e-mailben kell beküldeni a verseny@bolyai.elte.hu címre. Amennyiben lehetséges, javasoljuk a megoldások gépelve leírását, de elfogadjuk (olvashatóan) kézzel írt és beszkenelt megoldásokat is.

1. feladat

A három szabólegények elhatározzák, hogy elmennek világot látni. Az udvari szabó nem igazán akarja őket elengedni, így egy feladat megoldásától teszi függővé a beleegyezését:

Mindhárom szabólegény kap egy-egy eltérő színű, de egyforma méretű, négyzet alakú vásznat. Az a feladatuk, hogy mind-egyikük vágja fel a kapott vásznat néhány darabra, majd a darabokat közösen varrják össze egyetlen szabályos tizenkétszögé. Természetesen az anyag pazarlása vagy átfedéssel illesztése komoly vétség lenne, a tizenkétszög területének azonosnak kell lennie a négyzetek területeinek összegével. Az udvari szabó – fenyegető ollócsattogtatás közepette – megjegyzi azt is, hogy nem engedi el azokat az érdemtelen legényeket, akik túlságosan sok darabra vágják a saját vásznukat. (A legények nem merték megkérdezni, hogy pontosan mit jelent a „túlságosan sok”.)

A három szabólegények együtt szeretnének világot látni, így ha bármelyikük útját megtiltja az udvari szabó, akkor a társai sem mennek el nélküle. Hogyan darabolják át a vásznakat, hogy egyiküknek se kelljen túl sok darabra vágnia a saját vásznát? (A megoldás annál több pontot ér, minél kevesebb darabra vágja a négyzetét az a legény a három közül, aki a legtöbb darabra vágja azt.)

2. feladat

Eközben Hófehérke a törpék összes élelmét felfalta éhségében, és egy hisztériás roham felé közeledik. Az ég felé tekintve egy libát pillant meg a horizont felett 60° -kal, és azt látja, hogy éppen gágog egyet. A hangot $0,85$ másodperccel később hallja meg. Abban a pillanatban, ahogyan meghallja a gágogást, egy kővel megpróbálja eltalálni a madarat. A követ úgy hajítja el, hogy az éppen pályájának legmagasabb pontján találja el a libát. De sajnos így célt tévesztene, mivel nem számolt azzal, hogy tőle 100 méterre a madár irányában egy igen furcsa szakadék van, amelyből olyan gázok szivárognak ki, amelyek jelentősen megváltoztatják a felette lévő levegőoszlop törésmutatóját. Ez a levegőoszlop 10 méter vastag, és abszolút törésmutatója $\sqrt{3}$. Ám, ahogyan a kavicsot elengedi, a liba egyből elkezd egyenletes sebességgel függőlegesen felfelé repülni és így végül mégis eltalálja a madarat.

- Milyen távol van tőle a liba? (A hangsebesség $c = 340$ m/s, a fény terjedési idejét hanyagoljuk el.)
- Mit gondolhatott először, milyen magasan van a liba?
- Milyen magasan volt valójában?
- Mekkora kezdősebességgel hajítja el a kavicsot?
- Az elhajítástól számítva mennyi idő múlva találja el a madarat?
- Milyen gyorsan repült egyenletes sebességgel felfelé a madár, ha végül így is eltalálta?

(A feladat során a közegellenállást hanyagoljuk el, a furcsa gáz csupán optikailag különbözik a levegőtől, a hang ugyanúgy $c = 340$ m/s-mal terjed benne. A levegő abszolút törésmutatója 1 -nek tekintendő. A furcsa gázunk nem keveredik a levegővel, éles a két közeg határa.)

3. feladat

Eközben Morgó, akinek elege lett a többi törpéből és Hófehérkéből, informatikussá képezte át magát. Első munkahelyén sok váratlan gonosz dologgal kell szembenéznie: napi meetingek, gazdasági megszorítások, munkatársak. Mivel Morgó a barátod, mindenképpen szeretnél neki segíteni.

Morgó éppen egy természetes számokat vizualizáló szoftver egy részén dolgozik, aminek be kell olvasnia egy n pozitív egész számot és ki kell írnia n db jelet. Az a feladat, hogy az i -edik jel legyen „p”, ha i prímszám, „t”, ha i tökéletes szám és „x” egyébként.

Például $n = 10$ -re a programnak azt kell kiírnia, hogy „xppxptpxxx”.

- Morgó munkahelyén C++-ban fejlesztenek, viszont egy olyannyira elavult környezetet használnak, hogy az nem képes kezelni semmilyen C++-beli ciklust (azaz a `for` és `while` kulcsszó nem szerepelhet a programkódban). Ez nagy problémát okoz Morgónak, mivel az összes törp-egyetemen tanult programozási tételének központjában egy ciklus van. Segíts neki megírni a programot!
- Sajnos kevés cég marad meg egyetlen környezet használata mellett. Felülről jött a döntés, hogy a már megszokott környezetet lecserélik egy másikra. Ciklusokat ez sem tud kezelni, de kompatibilitási problémák miatt feltételes elágazást sem (tehát az `if` kulcsszó sem szerepelhet a programkódban). Segíts Morgónak átírni a programját, hogy így is működjön!
- Morgó egy ideig nyugodtan lehetett munkahelyén, de a gazdasági világválság mindent elrontott. A cég, hogy csökkentse költségeit, kevesebb tárhelyet akar használni, így minden programkódot a lehető legrövidebbé ír át. Segíts Morgónak 500 karakter vagy kisebb méretűre írni a programkódot! *(A megoldás annál több pontot ér, minél kevesebb karakterből áll, nem számolva a szóközöket és az újsor karaktereket.)*

4. feladat

Ezalatt Piroska az erdei országúton játszadoxva észrevett egy gyorsan közeledő szekeret, ami szerencsére kikerülte őt. Ekkor rádöbrent, hogy nem kéne az úttest közepén közlekednie, inkább a zebrán, ahol úgylis lelassítanak az arra közlekedő járművek. Hosszas keresgélés után sikerült találnia egy zebrát, amelyet még nem látott. A zebra minden foka sárgára vagy fehérre volt festve, olyan módon, hogy 2 sárga fok sosem követi egymást. Piroska elgondolkodott, hogy felnőtt korában ő is ilyeneket szeretne festeni, de minden lehetséges módon, úgy hogy a fenti szabályt betartsa.

- Írj egy programot ami kiszámolja, hogy ha n sávot kell Piroskának lefesteni a zebrán, akkor ezt hányféle módon teheti meg a következő szabályokat betartva:
 - minden sávot fehér vagy sárga színűre fest,
 - nincs egymás mellett 2 sárga színű sáv.
- Feleltessünk meg kettes számrendszerbeli számokat a különböző színezéseknek a következő módon: ha egy sáv fehérre festett, akkor értéke 0, ha sárgára, akkor 1. Tehát például a „sárga, fehér, fehér, sárga” színezéshez az 1001 számot rendeljük. Írjunk programot, ami egy kettes számrendszerbeli számot kapva megadja a következő (az eredetinel nagyobb, de azok közül a lehető legkisebb) olyan számot, amely szintén egy érvényes festést szimbolizál.

5. feladat

Ezalatt a törpék azon gondolkodtak, hogy hogyan pótolhatnák Morgót, és arra jutottak, hogy a kellően félelmetes morgás érdekében egy élőhalottat hoznak létre Morgó helyettesítésére. Természetesen egy ilyen feladat biztonságos végrehajtásához alaposan fel kell készülniük...

Először a váci Fehértemplom altemplomában talált múmiákat szemelték ki alapanyagoknak.

- Milyen egyedi tényezők segítették ezt a természetes mumifikálódást?

Már majdnem neki is láttak a múmiák életre keltéséhez, amikor Hapci megtudta, hogy a váci múmiákon tuberkulózis jelei diagnosztizálhatóak. Ezután a törpék alaposabban utánajártak a múmiák betegségeinek, és elszörnyedtek azon, amit kiderítettek...

- b) Soroljatok fel három betegséget, melyeket diagnosztizáltak a váci múmiákon. (A traumás behatásokat és a tuberkulózist leszámítva.)
- c) A tuberkulózis ma is fenyegeti az embereket, ezért is az egyik feltétele a munkavállalásnak egy tüdőről készült röntgenfelvétel. Egészséges személyeknél csak ennyi olvasható a leletén. „Aktív tüdőgyümőkör nem látható.” Egy fertőzött tüdőről készült röntgenfelvételen mit jelent a füles kosár jel?
- d) A kutatások alapján mely földrajzi területen jelent meg a TBC kórokozója a földtörténet során? Milyen tényezők segíthetik a terjedését? Utóbbira mondj két példát.
- e) A váci múmiák közül sokuk fogazatán találtak a képhez hasonló nyomokat. Mi ez az elváltozás, és milyen hatás okozza?



- f) Mi lehet a magyarázat arra, hogy a talált leletek között a nőkre jellemzőbb volt a rosszabb állapotú fogazat?

Vidor felvetette, hogy szerinte az egyiptomi múmiák biztosan sokkal egészségesebbek ennél. Tudor azonban némi utánajárás után megállapította, hogy ez az optimizmus alaptalan, és például Tutankhamon múmiájánál is rengeteg elváltozást diagnosztizáltak. Ezek között fellelhető dongaláb, kyphoscoliosis, pes planus, hypophalangismus, illetve farkastorok is.

- g) Mi az oka annak, hogy kedvenc fáraónk ennyi örökletes betegségben szenvedett?

A maradványain végzett genetikai vizsgálatok a Plasmodium falciparum markereit is megtalálták. A jelek szerint többször is megfertőződött a malária betegséggel.

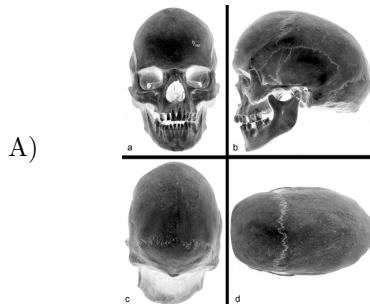
- h) Mi a tudományos alapja annak a hiedelemnek, hogy a maláriát a mocsárszag okozza?

Amikor a tudósok tehetik, a radiológiában használatos képalkotó technikákkal is szemügyre veszik a leleteket.

- i) Az alábbi három technika közül melyik nem használható hatékonyan múmiák vizsgálatára? Mi ennek az oka?

A) Röntgen, B) Computer tomográfia, C) Mágneses rezonancia vizsgálat

- j) Mi a két elváltozás neve és oka, ami a következő képeken látszik?



B)



Ezek után a törpék arra jutottak, hogy sajnos túlságosan veszélyes egy múmiát mozgásra bírni, úgyhogy inkább egy még élő személyt alakítanának agyatlan zombivá egy alkalmas vírus segítségével. Mivel Szundi nem hajlandó egyenlő többször megcsinálni ezt a pepecselős munkát, ezért el akarják érni, hogy az elkészített zombi harapással újabb áldozatokat tudjon zombivá alakítani.

- k) Az alábbiak közül melyik vírus képes harapás útján terjedni?
A) Veszettség, B) HIV vírus, C) T-vírus
- l) Ha a helyes válaszhoz tartozó vírust egy harapás egy áldozat karjába juttatná, akkor milyen módon jutna el a kórokozó az agyba?
- m) Hogyan szerkesszék meg a vírusukat? Mely agyi régiókat támadja meg, hogy – Szende szavaival élve – „dühöngő, agyatlan zabagéppé” váljon a fertőzött személy?
A) Medulla oblongata, pons, nervus ischiadicus
B) Hippocampus, amygdala, lobus frontalis, hypothalamus
C) Corpus pineale, Vicq d’Azyr-nyaláb, gyrus precentralis

6. feladat

Amíg a törpék az új Morgó létrehozását tervezték, az immár jóllakott Hófehérke elhatározta, hogy otthagyja a törpéket és elmegy világot látni. Természetesen nincs kedve hosszú és fárasztó gyalogúthoz, így a törpék kincseiből szeretné finanszírozni az utat (persze a törpék tudta nélkül). Meg is találja a térképet a kincshez, azonban csalódottan veszi észre, hogy a törpék rejtvényekbe csomagolták a térkép kulcsát. Sajnos Hófehérke még nem járt a kérdésekben említett távoli tájakon (majd a törpék pénzéből...), úgyhogy a segítségetekre van szüksége.

A térkép kulcsának első része:

- a) Milyen ismert pusztító esemény volt és hol 1755-ben?
b) Mi a neve annak a geológiai képződménynek, ami 1963-ban jött létre, és hol található (ország)?
c) Kinek a nevéhez fűződik a káoszelmélet és a meteorológia kapcsolatának megalapozása (név, évszám)?
d) A tengerparti síkságnak az a része, ami naponta kétszer dagálykor víz alá kerül, és naponta kétszer apálykor szárazra (német eredetű elnevezés, magyar elnevezés).
e) Magyarország 682 m magas csúcsa, hegységének legmagasabb tagja.

Az utasítások szerint az első kérdés megoldásának utolsó betűjét, a második megoldás első betűjét, a harmadik megoldás negyedik betűjét és az utolsó két megoldás első betűit kell összegyűjteni. (Ahol egy kérdés két dologra is rákérdez, ott a két rész-választ olyan sorrendben egymás után kell írni, amilyen sorrendben meg lettek kérdezve és ebből az összeolvasztott válaszból kell kivenni a megfelelő betűt.)

A térkép kulcsának második részénél számokat kell keresni:

- f) Az Egyenlítő szélességi foka:
g) Hogyan jutnál el közvetlenül Budapesten Újpestről Rákospalotáig?
h) Újszegedi adótorony magassága:
i) A szoláris év hossza (egész számra kerekítve):
j) A hosszúsági fokok maximális értéke:

A kulcs meghatározáshoz a rejtvény melletti megjegyzések szerint az első részben meghatározott betűket kell a második részben meghatározott számokkal összepárosítani (egy betűt és egy számot eldobva, amik nem párosíthatóak be); majd a kapott négy párt el kell helyezni egy körlapon.

- k) Mi lesz ez a kulcs? Hogyan segít a térkép kezelésében?

7. feladat

A Gonosz Farkas közben megtalálta Piroskát, aki éppen zebrákat festett az útra. Meg akarta enni, de Piroska marketing ismereteinek köszönhetően sikeresen meggyőzte a Farkast arról, hogy egyenek inkább együtt egy nyúl paprikást. Mivel Piroska rendkívül fontosnak tartja az egészséges étkezést, tőletek kér tanácsot a különböző adalékanyagokkal kapcsolatban.

- a) Az étel mely tulajdonságait javíthatják az adalékok? Töltsd ki a táblázatot 5 különböző felhasználási céllal, és írd mindegyikhez egy-egy példát is az adott adalékanyag E-számának és nevének feltüntetésével, valamint azzal, hogy milyen ételben került felhasználásra!

Funkció	Példa neve	Példa E-száma	Példát tartalmazó termék

Időről időre felröppennek olyan hírek, melyek kétségbe vonják az ételadalékok létjogosultságát, vagy akár különféle káros hatásokról számolnak be. Ezek a vádak gyakran alaptalanok, ugyanakkor előfordulnak kivételek: Magyarországon számos olyan adalékanyag engedélyezett, amely akár az Európai Unió egyes országaiban, akár az Amerikai Egyesült Államokban be van tiltva.

- b) Sorolj fel három példát ilyen adalékanyagokra (a következő kérdésekben szereplő aszpartámon kívül), feltüntetve azt is, milyen egészségügyi aggály merült fel velük szemben.

Az aszpartám az egyik leggyakrabban szereplő adalékanyag az ilyen hírekben. Azonban több vizsgálat után azt találták, hogy bizonyos határig a napi fogyasztást még tolerálja a szervezet, emiatt meghatározták az ételek esetében az aszpartám-mennyiség egészségügyi határértékét.

- c) Ha a teljes mennyiséget light kóla formájában viszed be a szervezetbe, akkor naponta hány liter kólánál nem célszerű többet fogyasztanod? (A számolás során a kóla más összetevőitől eltekintünk, a szükséges adatokat az internetről vagy az irodalomból vehetjük.)
- d) Mi indokolja ezen határérték bevezetését? Milyen lehetséges bomlási útvonalai vannak az aszpartámnak? Miért nem alkalmazzák sütőipari termékekben?

Az E-adalékok rossz hírével ellentétben több, bizonyítottan egészséges anyagnak is létezik E-száma.

- e) Sorolj fel három példát ilyen adalékokra!

Előfordul olyan is, hogy egyes E-adalékokkal kapcsolatban nem egészségügyi, hanem egyéb aggályok merülnek fel, amik ezen anyagok rossz hírét keltik. Ilyen például az E120-as jelzésű adalék esete.

- f) Mi lehet ez az aggály?

Gyakran nem egyes adalékokat érnek vádak, hanem egyes adalékanyag-csoportokat, például néhány színezéket a nátriumbenzoát nevű tartósítószerrel párhuzamosan használva, a kísérletekben érezhetően megnőtt az ezt fogyasztó gyerekek körében a figyelemzavaros tünetegyüttes gyakorisága.

- g) Lehetséges-e az adalékok engedélyeztetése során minden elképzelhető adalék-kombináció hatását vizsgálni (azaz nem csupán az adalékanyagok hatását önmagukban, hanem az együttes hatásukat)? Válaszodat részletes számolással indokold!

8. feladat

Közben Hófehérke bejutott a kincseskamrába, azonban itt egy újabb nem várt problémába ütközött. Neki bizony készpénzre lenne szüksége és az azt tartalmazó ládán számszár van („biztosan a kis aljas Tudor műve”). A kamrában keresgélve talál

egy cetlit, amin rajta van a rejtvény, aminek a megoldása talán kinyithatja a ládát.

A rejtvény a következő:

Legyenek X és Y egymástól független, egyenletes eloszlású valószínűségi változók a $[0, 1]$ intervallumon. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az X/Y hányadoshoz legközelebb eső egész szám páros?

9. feladat

A palotában eközben az udvari szabó érdekes felfedezést tett. Az ollóját csattogtatva arra az észrevételre jutott, hogy a két él találkozási pontja egyre nagyobb sebességgel halad, ahogyan összecukja. A császári szabóolló tökéletesen egyenes pengéitől pontosan 4 mm-re van az a koronával díszített fejű csavar, ami körül a két penge elfordulhat egymáshoz képest.

- Hol (a csavartól milyen távolságra) van P (a két él találkozási pontja) a két penge által bezárt α szög függvényében?
- Mekkora P sebessége az olló összezárásának az ω szögsebessége és a pengék által bezárt aktuális α szög függvényében?
- Legfeljebb mekkora sebességet érhet el P ? (A udvari szabó élvezi a császár bizalmát és bármilyen hosszú ollót kovacsoltathat a kincstár terhére.)
- Néhány nappal a szabó felfedezése előtt az udvari csillagász bemutatta és a kételkedő udvaroncokkal szemben védelmébe vette egy bizonyos Einstein különös elméleteit. Az udvari szabó úgy tervezi, hogy az ollós felfedezése segítségével demonstrálja azt, hogy Einstein elméletei tévesek, és ezzel eléri, hogy a csillagászt hajtsák ki a császári udvarból. Hogyan tudja udvari csillagász (aki persze meg akarja tartani a zsíros állását) kimagyarázni magát ebből a helyzetből és összeegyeztetni az ollós kísérletet Einstein elméletével?

10. feladat

Eközben a hat törpe visszament a kincseskamrájukhoz, mert a zombikészítéshez drága eszközökre volt szükségük. Amikor odaértek, meglepődve tapasztalták, hogy valaki már járt ott („Ki lopta el a pénzceskémemet?”). Az immár szegény és dühös törpék megkeresték a gonosz mostohát és rábeszélést, hogy próbálja meg megmérgezni Hófehérkét.

Tudor javaslatának megfelelően a gonosz mostoha egy helyi gyomnövény termését szeretné felhasználni, amelynek nedve 0,0042 M-os koncentrációban tartalmazza a venutron nevű anyagot (aminek a moláris tömege 328 g/mol). Ez az alkaloid még nem mérgező, oldalláncán egy aromás gyűrű két nitrocsoportját aminná kell redukálni, hogy megkapjuk a már végzetes venumin nevű szert, melynek halálos adagja emberben 3,1 mg/testsúlykilogramm. A mostoha ezt szeretné egy barackba felitatni.

- Hány egész termést kellene felhasználnia legalább, ha tudjuk, hogy egy termés 5 ml nedvet tartalmaz és a venutron kinyerése, a reakció, és a barackba itatás is 100 %-os? (Hófehérke testsúlya 65 kg).
- Az aminná alakítást (az összes kinyert venutronét) a mostoha Béchamp redukációs módszerével végzi: sósavban oldott vas segítségével. Feltéve, hogy a reakció sztöchiometrikusan lejátszódik és csak az amin, víz, és FeCl_2 keletkezik, minimum hány g vasat kell ehhez oldani a 100 cm^3 0,1 M-os sósavoldatban?

Hófehérke eközben a törpék pénzéből egy trópusi szigeten nyaralt a királyfival. Amikor megkapta a barackot, először meglepődött, de aztán gyorsan felfalta az egész barackot (és ezzel a szervezetébe vitte az összes venumint). A bevitt venumin azonnal elkezdett egy 15,663 perces felezési idejű reakcióval tovább alakulni. Tíz perc után jelentkeztek a mérgezés tünetei, és a rémült királyfi azonnal elrohant ellenszerért. Sajnos a trópusi szigeten nem volt könnyű ellenszerhez jutni, így a herceg egy órát töltött az ellenszer beszerzésével. Tudjuk, hogy ha a venumin testsúlyra számított végzetes adagjának 97 %-a továbbalakul, akkor már súlyos, maradandó károsodásokat szenved el a mérgezés áldozata.

- Vajon visszakaphatja-e a királyfi szeretett Hófehérkéjét épen és egészségesen, ha azonnal beadja neki a méreg gyorsan ható ellenszerét?